

Série des Travaux Dirigés N°1

Exercice N°1 : Complexité d'un algorithme

Pour chacune des fonctions $T_i(\mathbf{n})$ suivantes, déterminer sa complexité asymptotique dans la notation Grand-O.

Exemple : $T_0(\mathbf{n}) = 3\mathbf{n} \in O(\mathbf{n})$.

1. $T_1(n) = 6n^3 + 10n^2 + 5n + 2$
2. $T_2(n) = 3 \log_2 n + 4$
3. $T_3(n) = 2^n + 6n^2 + 7n$
4. $T_4(n) = 7k + 2$
5. $T_4(n) = 4 \log_2 n + n$
6. $T_5(n) = 2 \log_{10} k + kn^2$

Exercice N°2 : Addition de matrices

Considérer les deux matrices quadratiques A et B de taille n :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix},$$

L'addition de ces deux matrices donne la matrice C quadratique de taille n :

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$$

Avec

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad \forall i, \forall j$$

1. Ecrire un algorithme qui définit le **type** des matrices quadratiques, déclarer les **variables** matrices **A**, **B** et **C**, puis effectuer l'addition des deux matrices **A** et **B** et stocke les résultats en **C**.
2. Déterminer la fonction de temps maximale **T(n)** pour des matrices de taille **n**. (Le nombre maximum des opérations).
3. Déterminer la complexité **O(n)** pour des matrices de taille **n**.

Exercice N° 3 : Multiplication de matrices

La multiplication des deux matrices quadratiques de taille **n** donne la matrice **C** quadratique de taille **n** :

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{Avec :} \quad c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj} \quad \forall i, \forall j$$

1. Ecrire un algorithme qui effectue la multiplication des deux matrices **A** et **B** et stocke les résultats en **C**.
2. Déterminer la fonction de temps maximale **T(n)** pour des matrices de taille **n**. (Le nombre maximum des opérations).
3. Déterminer la complexité **O(n)** pour des matrices de taille **n**.