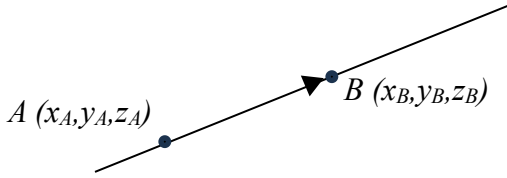


1- الأشعة (Vectors)



$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

$$\vec{V} = \vec{AB} = x_V\vec{i} + y_V\vec{j} + z_V\vec{k} \Rightarrow \begin{cases} x_V = x_B - x_A \\ y_V = y_B - y_A \\ z_V = z_B - z_A \end{cases}$$

| | |
|---|---|
| $\vec{V} + \vec{K} = (x_V + x_K)\vec{i} + (y_V + y_K)\vec{j} + (z_V + z_K)\vec{k}$ | جمع الأشعة |
| $\vec{V} - \vec{K} = (x_V - x_K)\vec{i} + (y_V - y_K)\vec{j} + (z_V - z_K)\vec{k}$ | طرح الأشعة |
| $\vec{V} \cdot \vec{K} = \ \vec{V}\ \cdot \ \vec{K}\ \cdot \cos \theta$ $\vec{V} \cdot \vec{K} = (x_V \cdot x_K) + (y_V \cdot y_K) + (z_V \cdot z_K)$ | الجداء السلمي للأشعة الكتابة التحليلية للجداء السلمي |
| $\vec{V} \wedge \vec{K} = \ \vec{V}\ \cdot \ \vec{K}\ \cdot \sin \theta$ $\vec{V} \wedge \vec{K} = (y_V z_K - z_V y_K)\vec{i} - (x_V z_K - z_V x_K)\vec{j} + (x_V y_K - y_V x_K)\vec{k}$ | الجداء الشعاعي للأشعة الكتابة التحليلية للجداء الشعاعي |
| $\vec{V} = \ \vec{V}\ \cdot \vec{U}$ | شعاع الوحدة المرتبط بكل شعاع (\vec{U}) |
| $\vec{V} \parallel \vec{K} \Rightarrow \vec{V} \wedge \vec{K} = \vec{0} \quad \& \quad \vec{V} \perp \vec{K} \Rightarrow \vec{V} \cdot \vec{K} = \vec{0}$ | حالة توازي وتعامد شعاعين |

التمرين 01

| | x | y | z |
|---|---|----|---|
| A | 1 | -2 | 3 |
| B | 1 | 2 | 1 |
| C | 2 | 0 | 0 |

لتكن لدينا النقاط $A(x_A, y_A, z_A)$ و $B(x_B, y_B, z_B)$ و $C(x_C, y_C, z_C)$ حيث :

1- عيّن الأشعة (\vec{AB}) و (\vec{AC}) و (\vec{BC}) ثم مثّلها في المعلم المتعامد المتجانس (Oxyz)

2- حدّد الطويلة $(\|\vec{AB}\|)$ و $(\|\vec{AC}\|)$ و $(\|\vec{BC}\|)$

3- جدّ شعاع الوحدة المرتبط بكل شعاع

4- حدّد ما يلي :

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC} = ?$$

$$\vec{AB} - \vec{BC} = ?$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = ?$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = ?$$

$$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{BC}) = ?$$

5- جد المركبات (x,y,z) للشعاع $\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ في حالة $\vec{V} \parallel \vec{AC}$

6- ماهي قيمة الزاوية (θ) للحالات التالية : (\vec{V}, \vec{AB}) و (\vec{V}, \vec{AC}) و (\vec{V}, \vec{BC})

2- الإشتقاق (Derrivative)

| | | |
|--|---|------------------------------|
| $\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial x_V}{\partial t}\vec{i} + \frac{\partial y_V}{\partial t}\vec{j} + \frac{\partial z_V}{\partial t}\vec{k}$ | | إشتقاق شعاع بالنسبة للزمن |
| $d(\vec{V} \cdot \vec{K}) = d(\vec{V}) \cdot \vec{K} + \vec{V} \cdot d(\vec{K})$ | $d\left(\frac{\vec{V}}{\vec{K}}\right) = d(\vec{V}) \cdot \vec{K} - \vec{V} \cdot d(\vec{K})$ | إشتقاق دوال |
| $\frac{d \sin \theta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cos \theta$ | $\frac{d \cos \theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \sin \theta$ | |
| $\frac{d(\ln x)}{dt} = \frac{dx}{dt} \left(\frac{1}{x}\right)$ | $\frac{d(e^x)}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot e^x$ | |
| $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ | $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$ | علاقات |
| $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ | $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ | |

التمرين 02

ليكن لدينا الشعاعان الآتيان :

$$\begin{cases} \vec{V} = x\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k} \\ \vec{K} = 2x\vec{i} + \frac{y}{4}\vec{j} \end{cases}$$

1- حدّد عبارة المشتق $\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)$ و $\left(\frac{d\vec{K}}{dt}\right)$ ثمّ احسب طولية النتيجة في حالة : $(x = 3)$ و $(y = -1)$ و $(z = 2)$

2- جد $(\vec{V} \cdot \vec{K})$ و $(\vec{V} \wedge \vec{K})$ ثمّ أحسب $\left(\frac{d(\vec{V} \cdot \vec{K})}{dt}\right)$ و $\left(\frac{d(\vec{V} \wedge \vec{K})}{dt}\right)$ ، في حالة كون :

أ- $z = t$ و $y = -t^3$ و $x = t^2 - 2t$

ب- $x = 2 \sin t^2$ و $y = \cos 2t$ و $z = \sin t \cos \frac{t}{2}$

ج- $x = \ln 3t$ و $y = 2t \cdot e^t$ و $z = 3$

التمرين 03

تكتب المعادلات الزمنية الحركة لجسم كما يلي :

$$\begin{cases} x = t^2 - 2 \\ y = -t^2 \\ z = t \end{cases}$$

1- حدّد شعاع الموضع \vec{OM} وأحسب طويلته في حالة $t = 2 \text{ sec}$ ، ثمّ ارسمه في المعلم المتعامد المتجانس $(Oxyz)$

2- جد شعاعي السرعة والتسارع وأحسب طويلتهما عند اللحظة $t = 2 \text{ sec}$